

Tentamen  
Continue Wiskunde  
1 april 2005, 09.30 - 12.30 uur

1. Geef de vergelijking  $y = ax + b$  van de lijn die raakt aan de grafiek van  $x \mapsto \arctan(x)$  bij  $x = 1$ .

2. Bereken

$$\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx.$$

3. Geef de Taylor benadering van orde 3 voor de functie  $f(x) = \sin(x^2)$  rond  $x = 0$ .

4. Zij  $r(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Bereken de eerste en tweede orde partiële afgeleiden van  $r$ .

5. De functie  $f(x) = 1/(1 + e^{-x})$  komt voor als activatiefunctie in de theorie van neurale netwerken. Bereken de limieten  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  en  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . Schets de grafiek van  $f$ . Bereken de afgeleide  $f'(x)$ . Bewijs het volgende verband tussen  $f$  en  $f'$ :  $f'(x) = f(x)(1 - f(x))$ .

6. Beschouw twee lijnen  $l_1$  en  $l_2$  in het vlak, waar  $l_1$  door de punten  $(0, 1)$  en  $(x, 0)$  gaat en  $l_2$  door de punten  $(0, 1)$  en  $(3x, 0)$ . Hier is  $x > 0$ . Laat  $\theta$  de hoek tussen  $l_1$  en  $l_2$  zijn. Voor welke  $x$  is  $\theta$  maximaal?