UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM
FACULTEIT FNWI

Deeltentamen 1 Kansrekening, statistiek en beslissen voor AI
28 maart 2006 13.30 - 16.30

---

1. Stel er is een tentamen op een dag dat er mogelijk een treinstaking is. De kans dat er gestaakt wordt is 3/4. De kans dat een willekeurige student slaagt voor het tentamen op een normale dag zonder staking is gelijk aan 3/4 en op een stakingsdag 1/2.

   (a) Wat is de kans dat een willekeurige student voor het tentamen slaagt ?

   (b) Wat is de voorwaardelijke kans dat er niet is gestaakt als gegeven is dat de student is geslaagd ?

2. Stel dat de simultane kansverdeling van X en Y gegeven wordt door de volgende tabel:

   3/12

$X \backslash Y$	0	1	2	
0	1/12	? 1/24	? 1/24	?
1	1/4	? 1/8	1/8	?
2	1/6	1/12	? 1/12	1/3
	1/2	?	1/4	

   (a) Vul de tabel verder in als gegeven is dat de verwachting van X gelijk is aan 7/6.

   (b) Bepaal de covariantie van X en Y. Zijn X en Y onderling onafhankelijk?

3. De simultane kansdichtheid $f(x, y)$ van de stochasten X en Y wordt gegeven door

$$f(x,y) = \begin{cases} cx^2y^2 & , \text{ als } -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & , \text{ elders,} \end{cases}$$

   voor een zekere positieve constante c.

   (a) Bereken de waarde van c.

(b) Bepaal de marginale kansdichtheid en verdelingsfunctie van X.

(c) Bereken de covariantie $C(X,Y)$ van X en Y. Zijn X en Y onafhankelijk ?

4. Men beschikt over een dataset die men opvat als een realisatie van een rij stochasten $X_1, ..., X_n$. Men veronderstelt dat elke X_i een verdeling heeft met kansdichtheid

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4\theta^3}\, x(2\theta - x) & \text{, als } 0 \leq x \leq 2\theta, \\ 0 & \text{, elders.} \end{cases}$$

(a) Bereken de verwachting en de variantie van X_1.

(b) Voor welke a en b is

$$T = a(X_1^2 + \ldots + X_n^2) + b$$

een zuivere schatter van θ^2.

5. **Deze opgave is alleen voor studenten die het tentamen doen in het kader van de overgangsregeling voor Kansrekening en statistiek 1.**

We beschikken over 12 waarnemingen die onafhankelijk en normaal verdeeld, $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, verondersteld kunnen worden. Het gemiddelde van de waarnemingen $\bar{x}$ is gelijk aan 27.8 en de steekproefvariantie s^2 is 3.24.

(a) Toets de nulhypothese $H_0 : \mu = 28.5$ tegen het alternatief $H_1 : \mu \neq 28.5$.

(b) Toets ook $H_0 : \mu = 28.5$ tegen het alternatief $H_1 : \mu < 28.5$.

Neem bij het toetsen het significantieniveau gelijk aan 0.05.
$(s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2)$