

Deeltentamen Basiswiskunde  
20 oktober 2008, 14:00 – 17:00 uur.

*N.B. Motiveer uw antwoorden.*

Opgave 1.

(a) Noteer met  $|$  de gebruikelijke delingsrelatie op  $\mathbb{Z}$ :  $n|m$  als  $n$  deelt  $m$ . Is de relatie  $|$  reflexief? Symmetrisch? Transitief?

(b) Definieer de relatie  $R$  op  $\mathbb{Z}$  door  $(n, m) \in R$  als er een priemgetal  $p$  bestaat met  $p|n$  en  $p|m$ . Is  $R$  een equivalentierelatie? Teken een ongerichte graaf van de relatie  $R$  op de verzameling  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .

Opgave 2. Zij  $R$  de relatie op  $\mathbb{R}$  gedefinieerd door  $(x, y) \in R \iff \exists z \in \mathbb{R}(y - x = z^2)$ . Is  $R$  reflexief? Symmetrisch? Transitief?

Opgave 3. Hoeveel functies zijn er van  $\{0, 1, 2, 3\}$  naar  $\{0, 1, 2\}$ ? En hoeveel inverteerbare functies?

Opgave 4. Bewijs met volledige inductie dat

$$\sum_{i=2}^n \frac{i+1}{2} = \frac{(n-1)(n+4)}{4}$$

voor alle  $n \geq 2$ .

Opgave 5.

(a) Los op:  $x_k = -2x_{k-1} + 5 \cdot 3^k$  ( $k \geq 1$ ),  $x_0 = 9$ .

(b) Los op:  $x_k = 4x_{k-1} + 5x_{k-2}$  ( $k \geq 2$ ),  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 2$ .