Tentamen Automaten
24 oktober 2008

`Het tentamen bestaat uit 5 opgaven. Lees de opgaven zorgvuldig, schrijf duidelijk en beargumenteer je antwoorden. Schrijf op elk ingeleverd blad je naam en je collegekaartnummer. Succes!`

1. Geef *deterministische* eindige automaten én reguliere expressies voor ieder van de onderstaande talen.
   (a) $L_1 = \{0w0 \mid w \in \{0,1\}^*\}$,
   (b) $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \#_0(w) \geq 3\}$,
   (c) $L_3 = \{0101, 101\}$,
   (d) $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \notin L_3\}$.

2. Laat $\mathbb{A}$ de deterministische eindige automaat zijn die gegeven wordt door de tabel

$\mathbb{A}$	0	1
$\Rightarrow q_0$	q_0	q_1
$\star q_1$	q_1	q_0

   (a) Beschrijf informeel de taal die $\mathbb{A}$ accepteert.
   (b) Bewijs nu met inductie naar de lengte van een input-string dat je beschrijving onder a) correct is.
   (c) Zij nu $\mathbb{B}$ een DEA en a een input-symbool waarvoor geldt dat $\delta(q,a) = q$ voor alle toestanden q van $\mathbb{B}$.
      i. Bewijs met inductie naar n dat voor alle $n \geq 0$ geldt $\hat{\delta}(q, a^n) = q$. Hier is a^n het woord dat uit n a's bestaat.
      ii. Concludeer dat óf $\{a\}^* \subseteq L(\mathbb{B})$ óf $\{a\}^* \cap L(\mathbb{B}) = \emptyset$.

3. Ga na of de volgende talen regulier zijn. Geef een bijbehorende automaat of reguliere expressie in het geval van regulariteit en weerleg anders m.b.v. het Pumping Lemma.
   (a) $L_1 = \{w1^n \mid w \in \{0,1\}^* \;\&\; |w| = n \;\&\; n \in \mathbb{N}\}$,
   (b) $L_2 = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$,
   (c) $L_3 = L_1 \cap L_2$.

4. Beschouw de context-vrije grammatica G met de productieregels
$$S \to 0S1 \mid 1S0 \mid \varepsilon$$
   (a) Geef een parseerboom voor het woord 001011.
   (b) Beschrijf informeel $L(G)$.
   (c) Teken een push-down automaat P die de taal van G met lege stapel accepteert, d.w.z. $N(P) = L(G)$.
   (d) Teken een push-down automaat P' die de taal van G met eindtoestanden accepteert, d.w.z. $L(P') = L(G)$.

5. Bewijs of weerleg de volgende uitspraken.
   (a) $L_1 = \{0^n1^m0^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$ is een context-vrije taal.
   (b) Iedere taal $L \subset L_1$ is context-vrij.