

Tentamen  
Continue Wiskunde  
24 oktober 2008

1. Bereken de limiet

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin(x) - 1}{(x - \pi/2)^2}.$$

2. De grijstonen in een zwart-wit foto worden beschreven met een functie  $f$ , die  $[0, 1] \times [0, 1]$  afbeeldt op  $[0, 1]$ , met de interpretatie dat de waarden van  $f$  variëren van 0 voor wit tot 1 voor zwart. Beschouw de functie

$$f(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin(2\pi x) \sin(2\pi y).$$

Welke punten zijn zwart en welke punten zijn wit gekleurd?

Laat zien dat de partiële afgeleiden naar  $x$  en  $y$  in  $(x, y) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  beide nul zijn.

Bereken de tweede orde partiële afgeleiden naar  $x$  en  $y$  in  $(x, y) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ . Maak duidelijk welk type kritiek punt (een maximum, minimum of een zadelpunt) het punt  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  is.

3. Vind een vergelijking voor de raaklijn aan de kromme  $x^2 + 4y^2 = 20$  in het punt  $(x, y) = (4, 1)$ .

4. Beschouw de functie

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Bereken de limieten  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ .

Schets de grafiek van  $f$ .

Bereken  $\int_0^1 f(x) dx$ .

Voor welke  $a$  geldt  $\int_0^a f(x) dx = 1$ ?