

1. Stel je hebt een robot geprogrammeerd om achtereenvolgens twee taken uit te voeren. Noem die taken 'taak 1' en 'taak 2'. De robot wordt gestart vanaf een willekeurige beginsituatie. Het kan voorkomen dat de robot de taken niet kan uitvoeren. De kans dat de robot taak 1 kan uitvoeren is $1/2$. Als de robot taak 1 kan uitvoeren wordt het voor hem gemakkelijker taak 2 uit te voeren. De kans dat hij taak 2 kan uitvoeren, gegeven dat hij taak 1 heeft uitgevoerd, is $3/4$. De kans dat hij taak 2 kan uitvoeren, gegeven dat hij taak 1 niet heeft uitgevoerd, is $1/4$.
- (a) Bereken de kans dat de robot taak 2 kan uitvoeren.
- (b) Bereken de voorwaardelijke kans dat de robot taak 1 kan uitvoeren gegeven dat hij taak 2 kan uitvoeren.
- (c) Later blijkt dat het ook nodig is dat de robot een derde taak uitvoert, zeg 'taak 3'. Gegeven dat hij de eerste twee taken kon uitvoeren is de kans dat hij ook de derde taak kan uitvoeren gelijk aan $3/4$.
Bereken de kans dat de robot alle drie de taken kan uitvoeren.
2. Stel dat de simultane kansverdeling van X en Y gegeven wordt door de volgende tabel:

		X			
		0	1	2	
	0	?	$1/12$?	$1/6$
Y	1	?	$1/4$	$1/8$	$1/2$
	2	$1/12$	$1/6$?	?
		?	$1/2$?	

- (a) Vul de tabel verder in als gegeven is dat de verwachting van X gelijk is aan 1.
- (b) Bepaal de covariantie van X en Y . Zijn X en Y onafhankelijk?

(c) Bepaal de kansverdeling van $Z = X + Y$.

3. De simultane kansdichtheid $f(x, y)$ van de stochasten X en Y wordt gegeven door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{10}(x^2 + y^2) & , \text{ als } 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & , \text{ elders,} \end{cases}$$

- (a) Bepaal de marginale kansdichtheden van X en Y .
(b) Zijn X en Y onafhankelijk?
(c) Bereken de verwachting van $X + Y$.
(d) Bereken de variantie van Y .
4. Men beschikt over een dataset die men opvat als een realisatie van een rij onafhankelijke stochasten X_1, \dots, X_n . Men veronderstelt dat elke X_i een verdeling heeft met kansdichtheidsfunctie

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ als } x < 0, \\ \frac{2}{\theta^2}(\theta - x) & , \text{ als } 0 \leq x \leq \theta, \\ 0 & , \text{ als } x > \theta. \end{cases}$$

waarbij $\theta > 0$.

- (a) Bereken de verwachting, variantie en de verdelingsfunctie van X_1 .
(b) Voor welke a is de schatter

$$T_1 = a(X_1 + \dots + X_n)$$

een zuivere schatter van θ .

- (c) Maak een zuivere schatter van θ^2 .