Herkansing Computationele Logica
woensdag 30 juni 2010, 14-17

T. Janssen

Zet op ieder tentamenvel uw naam en collegekaart nummer. De meeste opgaven tellen voor 10 pnt, maar opgaven 6 en 8 tellen voor 15 pnt.

Opgave 1. Ga met resolutie na of de volgende formule een tautologie is.
$(A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B) \vee C$.

Opgave 2. U moet het volgende zinnen consistent in Predicaatlogica vertalen. Daartoe moet U voor alle zinnen dezelfde sleutel gebruiken.

1. *Jan geeft aan het Rode Kruis*
2. *Marie geeft aan Greenpeace*
3. *Sommige mensen geven niet*
4. *Kees geeft €10 aan Natuurmonumenten*

Opgave 3. Vertaal onderstaande zinnen in dé predikaatlogica (Vertaalsleutel: j: Jan, a: Ara, M(x): x is een mens, K(x): x is een kat, H(x): x is een hond, D(x): x is een dier, B(x,y): x bezit y, Z(x,y): x zorgt voor y). Laat met behulp van resolutie zien dat de verzameling van (1) – (6) geen model heeft. Geef de substituties weer die U gebruikt.

Vraag vooraf, wat bedoelt U met de notatie $[^y/_x]\phi$?

1. Alle katten en honden zijn dieren.
2. Ara is een kat.
3. Jan bezit Ara.
4. Jan is een mens.
5. Alle mensen die dieren bezitten zorgen ervoor.
6. Jan zorgt voor geen dier.

Opgave 4.

a) Stel $T(n) = 2.n^2 + 100$. Wat betekent het dat $T(n)$ is van orde $O(n^2)$. Toon dat dit zo is.

b) Beschouw de vraag: *Gegeven een model $\mathcal{M}$ en een propositielogische formule ϕ, geldt $\mathcal{M} \models \phi$?* Zit dit probleem in *P*, *NP*, in *co-NP*, *EXP* of in meerdere klassen? Geef uitleg bij uw antwoord.

c) Beschouw de vraag: *Gegeven een propositielogische formules ϕ en ψ, zijn de formules equivalent?* Zit dit probleem in *P*, *NP*, in *co-NP*, *EXP* of in meerdere klassen? Geef uitleg bij uw antwoord.

Opgave 5. Voor elke implicatie moet aangeven of die waar is of niet. Geef een redenering die de waarheid aantoont, of geef een tegenvoorbeeld.

1. α is vervulbaar $\Rightarrow \neg\alpha$ is niet vervulbaar
2. $\neg\alpha$ is niet vervulbaar $\Rightarrow \alpha$ is vervulbaar
3. $\neg\alpha$ is geldig $\Rightarrow \alpha$ is niet vervulbaar.

Opgave 6. Hieronder staat in pseudocode een algoritme voor resolutie.

```
function PL-RESOLUTION(KB, α) returns true or false
inputs: KB: the knowledge base, α: the query,
     both a sentence in propositional logic
clauses ← the set of clauses
          in the CNF representation of KB ∧¬α
new ← {}
loop do
   for each Ci, Cj in clauses do
      resolvents ← PL-RESOLVE(Ci, Cj)
      if resolvents contains the empty clause
         then return true
      new ← new ∪ resolvents
   if new ⊆ clauses then return false
   clauses ← clauses ∪ new
```

De output van PL-RESOLVE is de verzameling van alle clauses verkregen door resolutie op zijn inputs.

a) Geef een voorbeeld waarbij de output *true* is. Geef precies aan wat de invoer is, en wat aan het eind de waarde is van *resolvents*, *new* en van *clauses*.

b) Leg uit waarom het algoritme gegarandeerd stopt (na een eindige tijd).

c) De complexiteit van dit algoritme voor propositionele resolutie is exponentieel. Dus bij een invoer met n literals, kan het exponentieel veel (orde 2^n) stappen vergen. Geef een berekening die dit aantoont.

Opgave 7. We bekijken een eenvoudige vorm van propositielogica : IPL. Deze logica heeft maar één connectief: de implicatie. Het afleidingssysteem C voor IPL heeft één regel: R: Uit α en β mag je $\alpha \rightarrow \beta$ afleiden.

Met ϕ duiden we een formule aan uit IPL, en met S een verzameling formules uit IPL. In de volgende 2 gevallen zeggen we dat ϕ met behulp van R afleidbaar is uit S (notatie $S \vdash_C^* \phi$):

1. $\phi \in S$

2. ϕ kan afgeleid worden uit S door een eindig aantal toepassingen van de regel C.

We hebben twee vragen over dit systeem:

1. Is het systeem sound? Geef uitleg bij uw antwoord.

2. Is het systeem volledig voor IPL? Geef uitleg bij uw antwoord.

Opgave 8. We beschouwen een wereld die bestaat uit een stel kamers; in één ervan ligt een klomp goud op de grond, en er kunnen ook her en der pijlen liggen (die met een boog kunnen worden afgeschoten). Er is een agent die zich van kamers naar aangrenzende kamers kan verplaatsen, en die goud en pijlen kan oprapen, bij zich houden en weer kan neerleggen. Het kan één voorwerp betreffen, maar ook meerdere zaken.

In de formalisatie gaan we ervan uit dat als een agent pijl of goud bij zich heeft, dat het dan nog steeds in die kamer is. Als de agent zich verplaatst, dan gaat het object wat hij vasthoudt natuurlijk mee. Als de agent het object in een kamer neerlegt, dan is het in die kamer.

De predicaten die we gebruiken zijn:

1. $Holding(o, s)$ met de betekenis dat in situatie s de agent object o bij zich heeft.

2. $At(o, x, s)$ met de betekenis o is in situatie s in kamer x, waarbij o een pijl, het goud, of de agent kan zijn.

3. $Adjacent(x, y)$, met de betekenis dat x en y aan elkaar grenzende vertrekken zijn.

De acties zijn:

1. $Grab(o)$ met de betekenis dat de agent object o oppakt.

2. $Release(o)$ met de betekenis dat de agent object o neerlegt.

3. $Go(x, y)$ met de betekenis dat de agent van vertrek x naar vertrek y gaat.

Het volgende wordt van u gevraagd:

1. Geef de acties in situatie semantiek.

2. Geef de frame axioma's.

3. Geef de successor state axioma's.

Opgave 9.

1. Wat zegt Gödels onvolledigheidsstelling?

2. Wat is het frame probleem?

3. Waarom werd het frame probleem beschouwd als een doodssteek op de ambities van de kunstmatige intelligentie?