2010-25-10 (14.00-15.45) Verzamelingenleer AI

ZET UW NAAM EN COLLEGKAARTNUMMER OP IEDER TENTAMENVEL!

Geef steeds een expliciet antwoord op de gestelde vraag.

Elk van de 8 opgaven telt even zwaar mee.

1. Gegeven zijn de verzamelingen $A = \{0, 2, 4, 6, ...\}$ en $B = \{1, 3, 5, 7, ...\}$.
Geef een zo eenvoudig mogelijke omschrijving van de volgende verzamelingen:

1. $B \cap \mathbf{Z}$
2. $\{z + 1 \mid z \in A\}$
3. $\{ a+b \mid a \in A, b\in B\}$
4. $\{ x \in \mathbf{N} \mid x < 7\} - \{ x \in A \mid x < 5\}$
5. $(A \times A) \cap (B \times B)$.

2. We hebben een databank met gegevens betreffende patiënten en artsen. Deze verzamelingen duiden we aan met P en A.
Roelofse, Stevens en Teunisse zijn artsen, Gerards is een patiënt.
$R \subseteq P \times A$ is een relatie R(p,a) geldt als p een patiënt is van a (of als a een arts is van p).
Formaliseer onderstaande uitspraken en verzamelingen in ede taal van de verzaemlingenleer.

1. Sommige patiënten van Stevens zijn tevens patiënt van Teunissen.
2. Roelofse is een arts.
3. De patiënten van Stevens en Teunisse.
4. Gerardse is de enige patiënt van Roelofse.

Defineer de volgende relatie in de taal van de verzamelingenleer.

5. De relatie tussen patienten die Roelofse als arts hebben.

3 Beschouw de bewering $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Is deze bewering waar voor alle verzamelingen A,B en C? Zo ja, geef dan een voorbeeld met niet-lege verzamelingen A, B en C, Zo nee, geef dan een tegenvoorbeeld.

4 Op $\{1,2,3,4\}$ is de relatie R gedefinieerd door $R = \{\langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle \langle 1,3 \rangle\}$.

a Wat is de transitieve afsluiting van R? Geef uw antwoord als een collectie paren, en ook met een tekening.

b. Wat is de transitieve, symmetrische, reflexieve afsluiting van R? Geef uw antwoord als een collectie paren, en ook met een tekening.

Vervolg van de opgaven op de **andere** zijde. Gebruik daarvoor een **nieuw** vel tentamenpapier.

5. a. We onderzoeken de functie f op **R** die gedefinieerd is door $f(x) = x^3$.
Welke van de volgende eigenschappen heeft f: totaal, partieel, injectief, surjectief, bijectief ?
Geef tegenvoorbeelden bij totaal, injectief, surjectief als U zegt dat ze niet gelden.
b. We onderzoeken de functie g op **N** die gedefinieerd is door $g(x) = x + 2$.
Welke van de volgende eigenschappen heeft g: totaal, partieel, injectief, surjectief, bijectief ?
Geef tegenvoorbeelden bij totaal, injectief, surjectief als U zegt dat ze niet gelden.
c. We onderzoeken de functie h op **R** die gedefinieerd is door h(x) = sin (x) Welke van de volgende eigenschappen heeft h: totaal, partieel, injectief, surjectief, bijectief ? Geef tegenvoorbeelden bij totaal, injectief, surjectief als U zegt dat ze niet gelden.
d Wat is de de definitie van een functie?

6 De verzameling H bestaat uit de gehele getallen zonder de nul, dus $H = \mathbf{Z} - \{0\}$. Op H is relatie R gedefinieerd door: R(x,y) geldt als $xy > 0$.
a. Ga voor alle eigenschappen van een equivalentie relatie na of R eraan voldoet.
b. Als het een equivalentierelatie is, wat is dan $[1]_R$?
c. Wat is de definitie van $[1]_R$

7 We hebben een kaartspel met drie kaarten: zijn aan achterkant hetzelfde, en aan voorkant geheel rood, wit of blauw. Er zijn drie deelnemers die we zullen aanduiden met 1,2,en 3. Elk krijgt een kaart, bekijkt de eigen kaart, maar ziet niet de kaart van de anderen.

Er geldt bij dit spel de spelregel: U mag alleen vragen wat u niet weet, en U moet moet naar waarheid antwoorden.
a Teken het informatie diagram bij het begin van het spel.

Het spel verloopt als volgt. Speler 2 aan 1 de ja-nee vraag: *Heeft U de blauwe of rode kaart*?
b Teken het informatiediagram in de nieuwe toestand. Zijn er spelers die de kaartverdeling weten? hoe ziet U dat in het diagram?

Op de zojuist genoemde vraag antwoordt: speler 1 *nee*.
c Teken het informatiediagram in de nieuwe toestand. Zijn er spelers die de kaartverdeling weten? Hoe ziet U dat in het diagram?

8 a. Wat is de definitie van een surjectieve functie?
b. Gegeven zijn de verzamelingen $A = \{a,b,c\}$ en $D = \{d,e,f\}$.
Geef een voorbeeld van een surjectieve functie van A naar D.
Geef een voorbeeld van een functie van A naar D die niet surjectief is.
c Wat is de definitie van ' de inverse van een functie?
d Geef een voorbeeld van een functie van **R** naar **R** die een inverse heeft,
Wat is in dit geval de inverse functie?